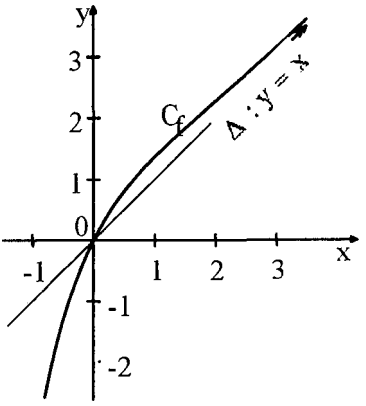
x	$-\infty$	0	$+\infty$
sig[f(x)-x]	−	0	+
position relative	C_f est au dessous de Δ		C_f est dessus de Δ

c- $\cdot \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} [e^{-x}+1] = +\infty$ $\Rightarrow$ C_f possède une branche parabolique infinie de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$



3) Soit α un réel strictement positif.

a- $A(\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée par C_f; Δ et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \alpha$.

comme $\forall x \in [0;\alpha]; f(x) - x \geq 0$

$\Rightarrow A(\alpha) = \int_0^\alpha (f(x) - x)dx$ u.a (u.a. : unité d'aire)

$\Leftrightarrow A(\alpha) = \int_0^\alpha xe^{-x}dx$

$$\begin{pmatrix} v'(x) = e^{-x} & \curvearrowright & v(x) = -e^{-x} \\ u(x) = x & \curvearrowright & u'(x) = 1 \end{pmatrix}$$

Ainsi $A(\alpha) = [-xe^{-x}]_0^\alpha - \int_0^\alpha -e^{-x}dx$

$A(\alpha) = -\alpha e^{-\alpha} - [e^{-x}]_0^\alpha$

$\underline{A(\alpha) = -\alpha e^{-\alpha} - e^{-\alpha} + 1}$.

b- $A(1) = -e^{-1} - e^{-1} + 1 = 1 - \dfrac{2}{e}$.

$\lim\limits_{\alpha\to+\infty} A(\alpha) = \lim\limits_{\alpha\to+\infty} (-\alpha e^{-\alpha} - e^{-\alpha} + 1)$

(On pose $X = -\alpha$; $\alpha \to +\infty; X \to -\infty$)

$= \lim\limits_{X\to-\infty} (Xe^X - e^X + 1) = 1$ car $\lim\limits_{X\to-\infty} (Xe^X) = 0$ et $\lim\limits_{X\to-\infty} (e^X) = 0$

II/1) $F_1(x) = \int_0^x te^{-t}dt = A(x) = -xe^{-x} - e^{-x} + 1$